الاسم التاريخ الفترة

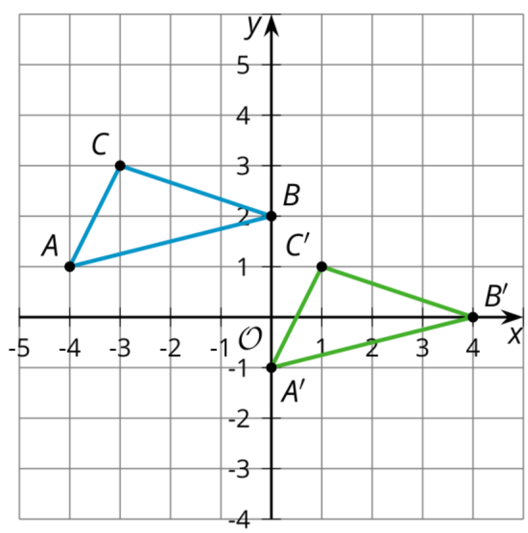
مواد دعم الأسرة

الهندسة التحليلية

في هذه الوحدة، سيقوم الطالب بالربط بين الهندسة والجبر من خلال العمل في المستوى الإحداثي مع المفاهيم الهندسية من الوحدات السابقة. تتضمن شبكة الإحداثيات بنية يمكن أن توفر رؤى جديدة للأفكار التي اكتشفها الطلاب سابقًا.

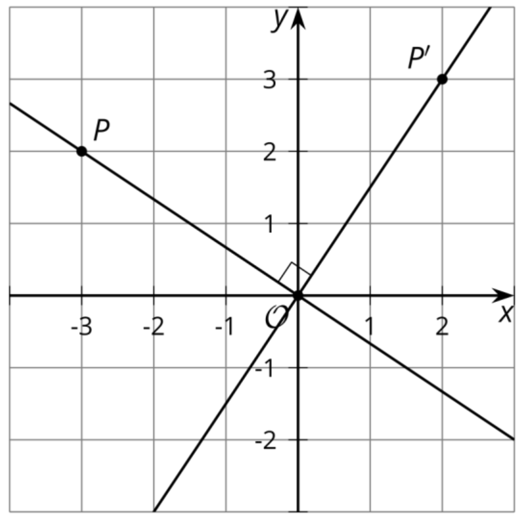
لقد تعامل طلابك بالفعل مع التحويلات. هنا، سيفكرون في التحويلات باعتبارها دوال تأخذ نقاطًا في المستوى كمدخلات وتعطي نقاطًا أخرى كمخرجات. على سبيل المثال، الترميز $(x \text{ ، } y) \rightarrow (x+4 \text{ ، } y-2)$ يعني أنه لكي نوجد الصورة لكل نقطة في الشكل، نضيف 4 وحدات إلى الإحداثي -x ونطرح وحدتين من الإحداثي - y. دعونا نطبق هذا التحويل على المثلث ABC.

(x, y)	$(x+4, y-2)$
A: (-4,1)	A': (0,-1)
B: (0,2)	B': (4,0)
C: (-3,3)	C': (1,1)



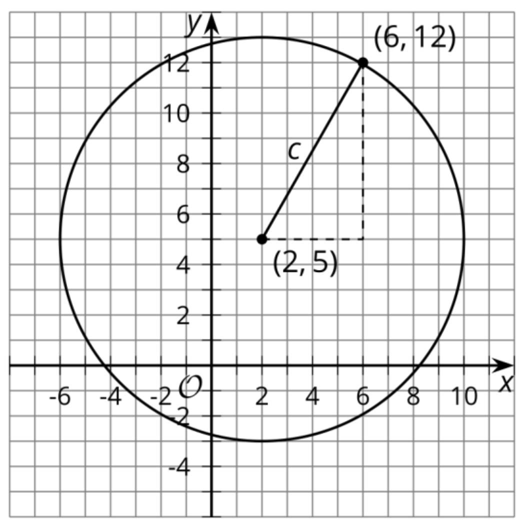
كان هذا التحويل عبارة عن انتقال بواسطة القطعة المستقيمة المتجهة من (-4,1) إلى (0,-1)، أو بشكل مبسط، الانتقال 4 وحدات لليمين ووحدتين لأسفل.

يمكن أيضًا استخدام التحويلات لتحليل ميول الخطوط المتوازية والمتعامدة. لنفترض أننا رسمنا خطًا يمر عبر النقطة $P=$ (-3,2) والنقطة (0,0)، ثم قمنا بتطبيق التحويل $(x, y) \rightarrow (y, -x)$ على الخط.



تقوم هذه القاعدة بتدوير الخط بمقدار 90 درجة في اتجاه عقارب الساعة باستخدام النقطة $(0 ، 0)$ كمركز. مركز الدوران لا يتحرك، لذا $(0 ، 0)$ يظل هو نفسه. صورة النقطة P هي $P' = (2 ، 3)$. ميل الخط الأصلي هو $-\frac{2}{3}$، وميل الصورة هو $\frac{3}{2}$. الميول تكون مقلوبة النسبة ومتقابلة مع بعضها البعض. سيستخدم طالبك هذا لإثبات أن أي خطين متعامدين غير أفقيين ورأسيين لهما ميلان متقابلان بنسبة مقلوبة.

أثبتت نظرية فيثاغورس فائدتها في المستوى الإحداثي أيضًا. لنأخذ الدائرة التي مركزها $(2 ، 5)$ ونصف قطرها 8 وحدات. النقطة $(6 ، 12)$ تبدو كما لو كانت تقع على محيط الدائرة. يمكننا اختبار ما إذا كانت تقع بالفعل على محيط الدائرة عن طريق حساب المسافة بين هذه النقطة والمركز. ابدأ برسم مثلث قائم الزاوية، حيث يمثل الوتر المسافة بين النقطتين.



يمكن حساب أطوال أضلاع المثلث عن طريق طرح إحداثيات النقاط. يبلغ طول الضلع الرأسي 7 وحدات، بينما يبلغ طول الضلع الأفقي 4 وحدات. بالتعويض في نظرية فيثاغورس.

$a^2 + b^2 = c^2$

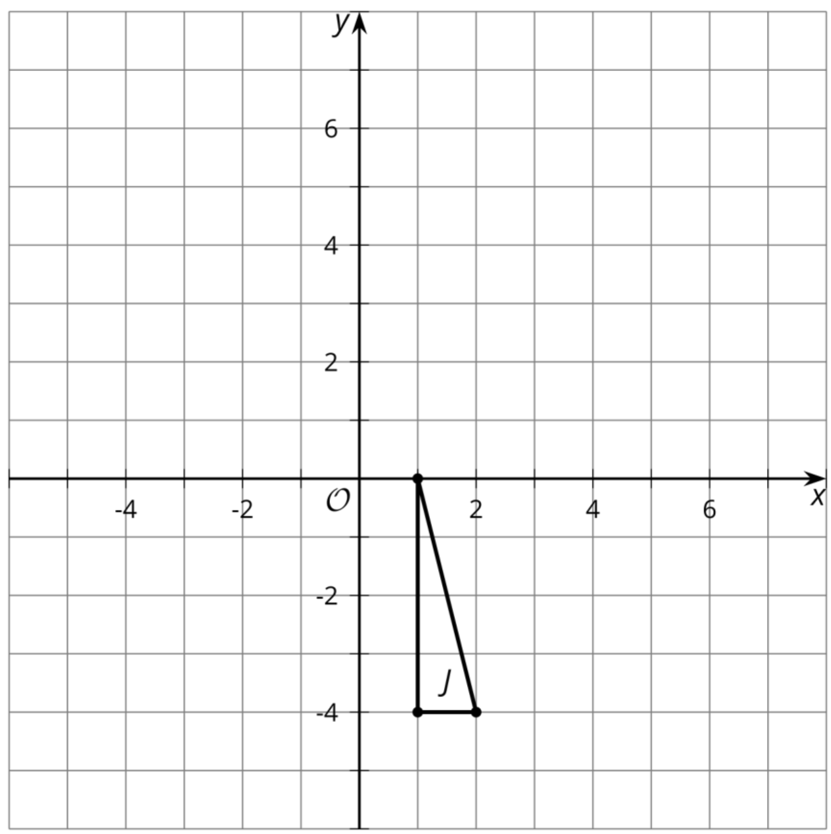
$4^2 + 7^2 = c^2$

$65 = c^2$

المسافة بين النقطتين هي العدد الموجب الذي مربعه يساوي 65، أو حوالي 8.1 وحدة. لذا، نظرًا لأنها لا تبعد بالضبط 8 وحدات عن مركز الدائرة، فإن النقطة $(6,12)$ ليست في الواقع على محيط الدائرة.

إليك مهمة يمكنك تجربتها مع الطالب:

الصورة توضح المثلث J.

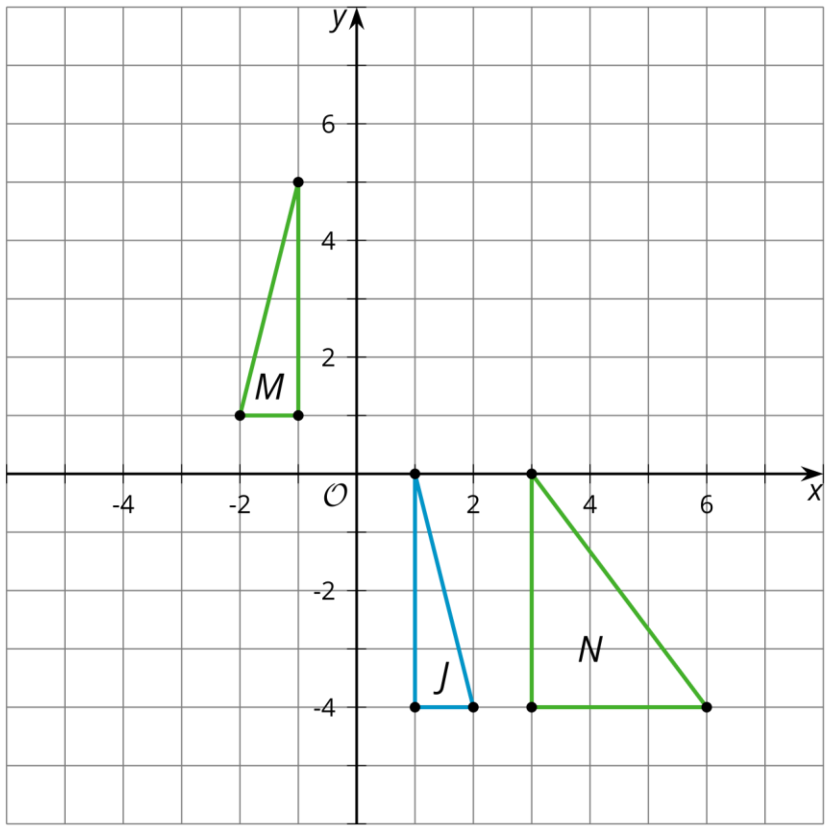


قم بتطبيق كل قاعدة تحويل على المثلث DEF. بعد ذلك، صِف التحويل، وحدد ما إذا كان سينتج صورة متطابقة، أم صورة مشابهة، أم لا شيء على الإطلاق.

1. قم بتسمية نتيجة هذا التحويل M: $(x, y) \rightarrow (-x, y + 5)$
2. قم بتسمية نتيجة هذا التحويل N: $(x, y) \rightarrow (3x, y)$

الحل:

الاسم التاريخ الفترة



1. كان هذا التحويل انعكاسًا عبر المحور y -، ثم انتقال بواسطة القطعة المستقيمة الموجهة من (1,0-) إلى (1,5-). جميع الأزواج الثلاثة المتناظرة من أضلاع المثلث الأصلي والمثلث الصورة متطابقة، لذا فإن المثلثين متطابقان (وبالتالي متشابهان أيضًا) حسب نظرية تطابق المثلث الضلع والضلع والضلع. وهذا منطقي لأن الانعكاس والانتقال هي حركات جامدة.
2. كان هذا التحول عبارة عن تمديد أفقي بعيدًا عن المحور y بمعامل تمديد يساوي 3. الضلعان الرأسيان المتناظران في المثلث J والمثلث N متطابقان، لكن الضلع الأفقي للمثلث N أطول بثلاث مرات من الضلع المناظر في المثلث J. بما أن أزواج الأضلاع المتناظرة ليست جميعها متطابقة ولا متناسبة، فإن المثلثين ليسا متطابقين ولا متشابهين.