NOME DATA PERÍODO

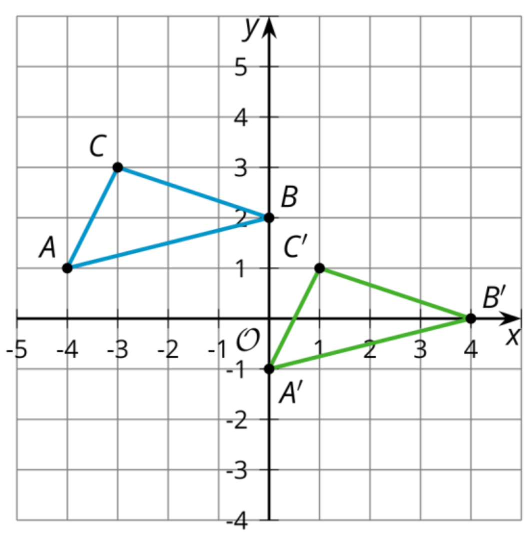
Materiais de apoio à família

Geometria coordenada

Nesta unidade, o aluno fará conexões entre geometria e álgebra, ao trabalhar no plano coordenado com conceitos geométricos de unidades anteriores. A grelha de coordenadas impõe uma estrutura que pode fornecer novas perspetivas sobre ideias que os alunos exploraram anteriormente.

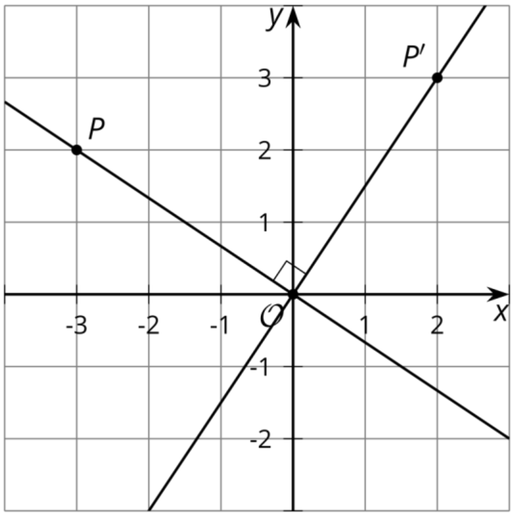
O aluno já trabalhou com transformações. Aqui, vão pensar nas transformações como funções que pegam em pontos no plano como entradas e fornecem outros pontos como saídas. Por exemplo, a notação $(x, y) \rightarrow (x + 4, y - 2)$ significa que para encontrar a imagem de cada ponto de uma figura, adicionamos 4 unidades à coordenada x e subtraímos 2 unidades da coordenada y. Vamos aplicar esta transformação ao triângulo ABC.

(x, y)	$(x + 4, y - 2)$
A: (-4,1)	A': (0,-1)
B: (0,2)	B': (4,0)
C: (-3,3)	C': (1,1)



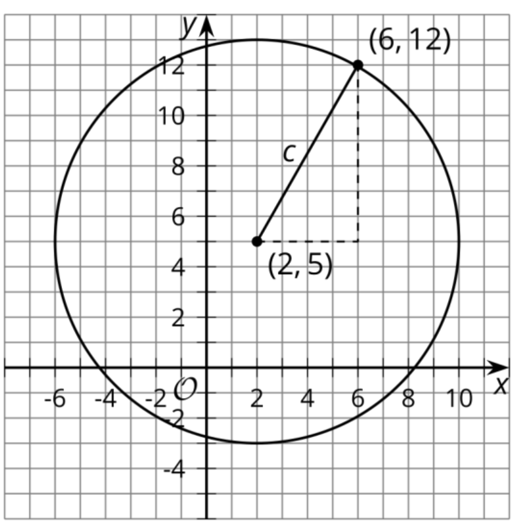
Esta transformação foi uma translação pelo segmento de linha direcionado de (-4,1) para (0,-1), ou informalmente, uma translação de 4 unidades para a direita e 2 unidades para baixo.

As transformações também podem ser usadas para analisar inclinações de linhas paralelas e perpendiculares. Supõe que desenhemos uma linha passando pelo ponto $P =$ (-3,2) e pelo ponto (0,0), depois aplica a transformação $(x, y) \rightarrow (y, -x)$ à linha.



Esta regra gira a linha 90 graus no sentido horário usando o ponto (0,0) como centro. O centro de rotação não se move, então (0,0) mapeia-se a si próprio. A imagem do ponto P é $P' = (2{,}3)$. A inclinação da linha original é de $-\frac{2}{3}$, e a inclinação da imagem é de $\frac{3}{2}$. As inclinações são *recíprocas opostas* uma da outra. O aluno irá usar isso para provar que quaisquer duas retas perpendiculares que não sejam horizontais e verticais têm declives opostos.

O Teorema de Pitágoras também se mostra útil no plano cartesiano. Considere o círculo com centro de (2,5) e raio de 8 unidades. O ponto (6,12) parece estar no círculo. Podemos testar se realmente está na circunferência, calculando a distância entre este ponto e o centro. Começa por desenhar um triângulo retângulo cuja hipotenusa é a distância entre os 2 pontos.



Os comprimentos das pernas do triângulo podem ser calculados subtraindo as coordenadas dos pontos: A perna vertical tem 7 unidades de comprimento e a perna horizontal tem 4 unidades de comprimento. Substitua-os no Teorema de Pitágoras.

$a^2 + b^2 = c^2$

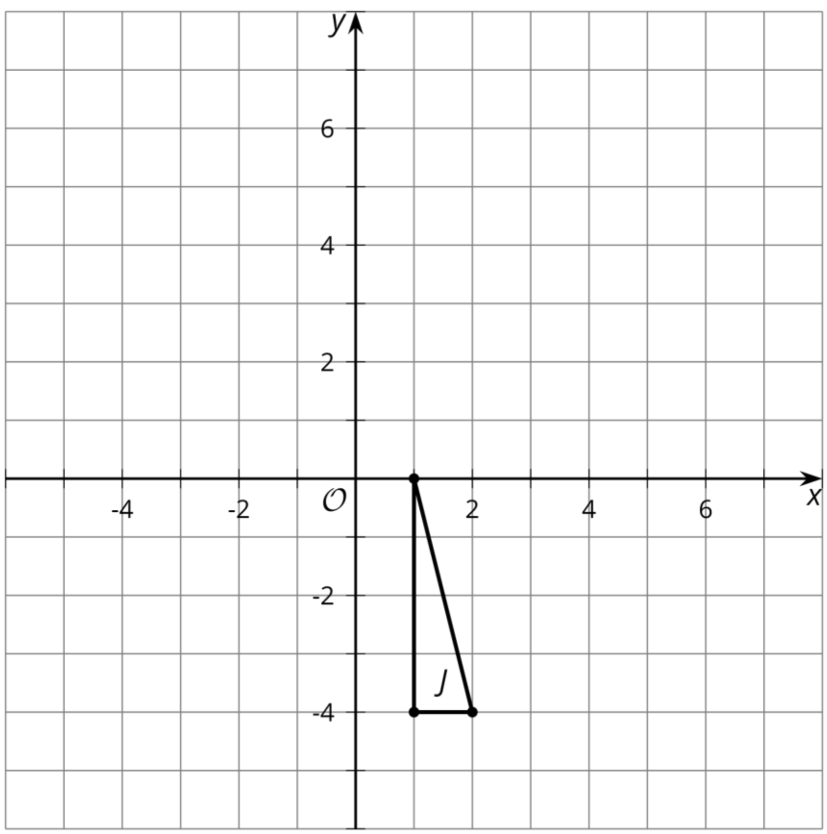
$4^2 + 7^2 = c^2$

$65 = c^2$

A distância entre os pontos é o número positivo que é elevado ao quadrado para perfazer 65, ou cerca de 8,1 unidades. Então, como não está exatamente a 8 unidades do centro do círculo, o ponto $(6,12)$ não está realmente no círculo.

Aqui fica uma tarefa para experimentar com os alunos:

A imagem mostra o triângulo J.

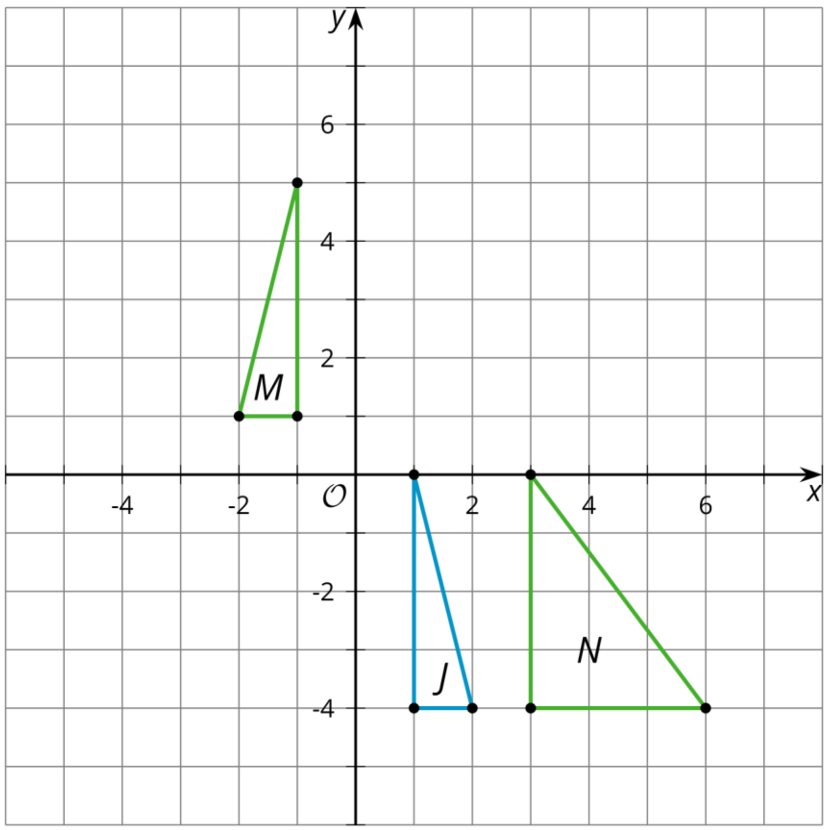


Aplica cada regra de transformação ao triângulo DEF. . Em seguida, descreva a transformação e decida se ela produziu uma imagem congruente, uma imagem semelhante ou nenhuma das duas.

NOME DATA PERÍODO

1. Rotule o resultado desta transformação M: $(x, y) \rightarrow (-x, y + 5)$
2. Rotule o resultado desta transformação N : $(x, y) \rightarrow (3x, y)$

Solução:



1. Essa transformação foi um reflexo em todo o eixo y, então uma translação pelo segmento de linha direcionado de (-1,0) para (-1,5). . Todos os 3 pares correspondentes de lados dos triângulos original e da imagem são congruentes, então os 2 triângulos são congruentes (e, assim, também semelhantes) pelo Teorema da Congruência do Triângulo Lado-Lado-Lado. Isto faz sentido porque as reflexões e as translações são movimentos rígidos.
2. Esta transformação ocorreu a um trecho horizontal do eixo y por um fator de 3. Os lados verticais correspondentes do triângulo J e do triângulo N são congruentes, mas o lado horizontal do triângulo N é 3 vezes maior que o lado correspondente do triângulo J. . Como os pares de lados correspondentes não são todos congruentes nem totalmente proporcionais, os 2 triângulos não são congruentes nem semelhantes.