

ИМЯ И ФАМИЛИЯ

ДАТА

ПЕРИОД

Сопроводительные материалы для семей

Координатная геометрия

В этом модуле ваш учащийся будет выстраивать связи между геометрией и алгеброй, работая на координатной плоскости с геометрическими концепциями из предыдущих модулей. Координатная сетка представляет собой структуру, позволяющая по-новому посмотреть на ранее изученные учащимися вопросы.

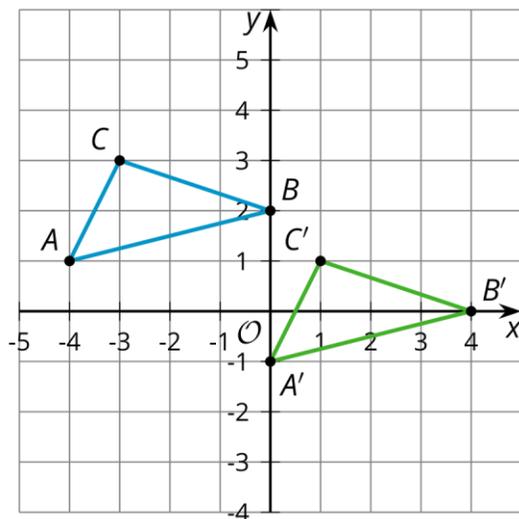
Ваш учащийся уже работал с преобразованиями. Здесь он будет рассматривать преобразования как функции, для которых одни точки на плоскости являются аргументами, а другие — значениями функции. Например, выражение $(x; y) \rightarrow (x + 4; y - 2)$ означает, что для того, чтобы найти образ для каждой точки фигуры, мы добавляем 4 единицы к координате x и вычитаем 2 единицы из координаты y . Применим это преобразование к треугольнику ABC .

$$(x; y) \quad (x + 4; y - 2)$$

$$A: (-4; 1) \quad A': (0; -1)$$

$$B: (0; 2) \quad B': (4; 0)$$

$$C: (-3; 3) \quad C': (1; 1)$$



Это преобразование представляло собой параллельный перенос с помощью направленного отрезка из $(-4; 1)$ в $(0; -1)$, или, проще говоря, параллельный перенос на 4 единицы вправо и 2 единицы вниз.

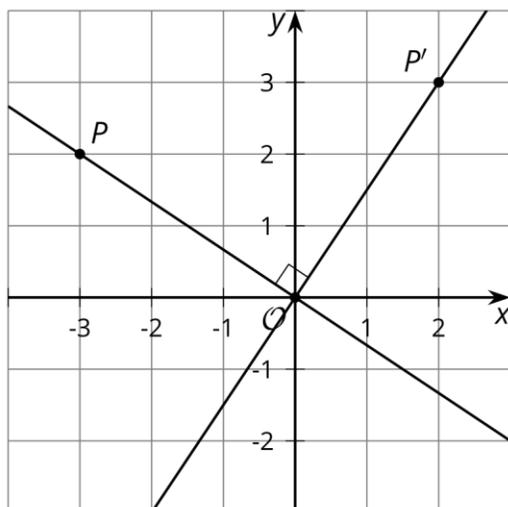
Преобразования также могут использоваться для анализа наклона параллельных и перпендикулярных прямых. Предположим, что мы начертили прямую, проходящую

ИМЯ И ФАМИЛИЯ

ДАТА

ПЕРИОД

через точку $P = (-3; 2)$ и точку $(0; 0)$, а затем применили к прямой преобразование $(x; y) \rightarrow (y; -x)$.



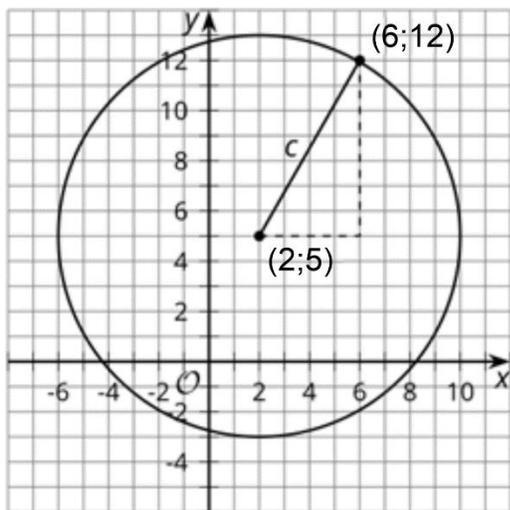
Согласно этому правилу, прямая вращается на 90 градусов по часовой стрелке, используя точку $(0; 0)$ в качестве центра. Центр вращения не перемещается, поэтому точка $(0; 0)$ преобразуется сама в себя. Образ точки P — $P' = (2; 3)$. Наклон исходной прямой равен $-\frac{2}{3}$, а наклон образа составляет $\frac{3}{2}$. Наклоны являются *противоположными обратными*. Ваш учащийся будет использовать эту информацию, чтобы доказать, что *любые* две перпендикулярные прямые, не являющиеся горизонтальными или вертикальными, являются противоположными обратными.

На этой координатной плоскости оказывается полезной и теорема Пифагора. Рассмотрим окружность с центром $(2; 5)$ и радиусом 8 единиц. Выглядит так, как будто точка $(6; 12)$ расположена на окружности. Можно проверить, действительно ли она находится на окружности, вычислив расстояние между этой точкой и центром. Начнем с построения прямоугольного треугольника, гипотенуза которого представляет собой расстояние между 2 точками.

ИМЯ И ФАМИЛИЯ

ДАТА

ПЕРИОД



Длины катетов треугольника можно вычислить путем вычитания координат точек: Вертикальный катет имеет длину 7 единиц, а горизонтальный катет — 4 единицы. Подставим эти значения в теорему Пифагора.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$4^2 + 7^2 = c^2$$

$$65 = c^2$$

Расстояние между точками представляет собой положительное число, квадрат которого равен 65, а само оно — около 8,1 единицы. Таким образом, поскольку точка (6; 12) находится от центра окружности не на расстоянии ровно 8 единиц, то фактически она находится не на окружности.

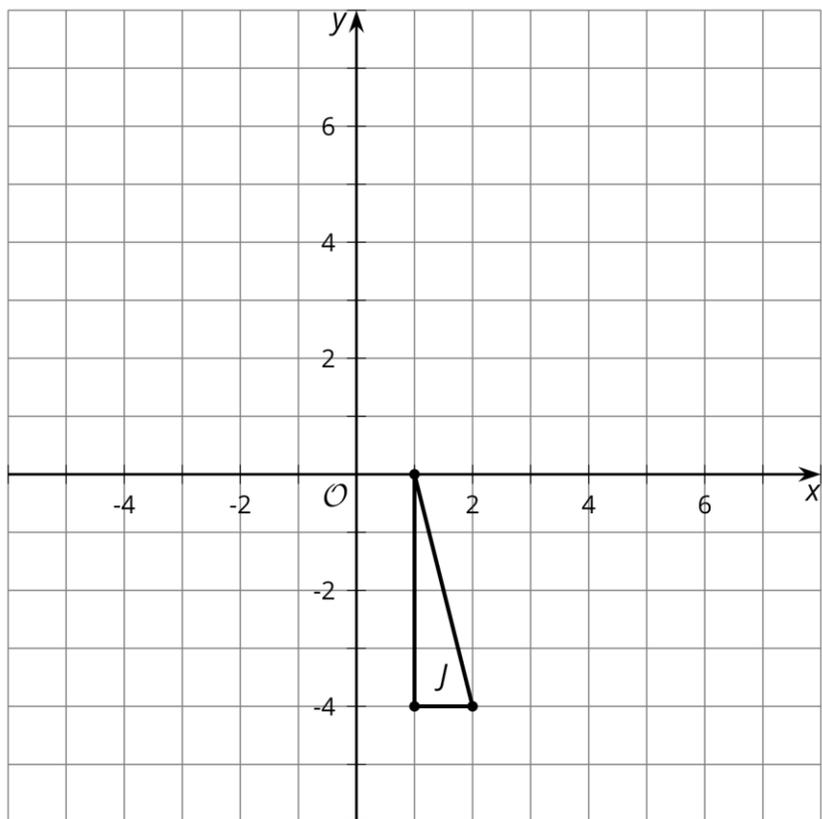
Ниже приводится задача, которую следует попробовать решить со своим учащимся:

На изображении представлен треугольник J .

ИМЯ И ФАМИЛИЯ

ДАТА

ПЕРИОД



Примените каждое из правил преобразования к треугольнику DEF . Затем опишите преобразование и определите, дает ли оно конгруэнтное изображение, подобное изображение или ни то, ни другое.

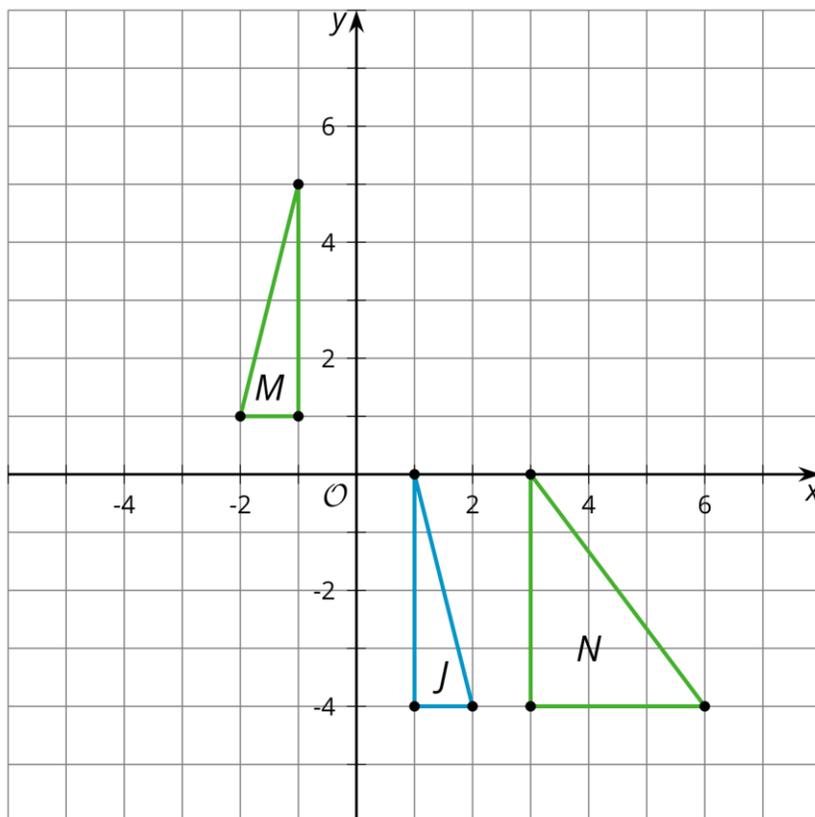
1. Обозначьте результат этого преобразования $M: (x; y) \rightarrow (-x; y + 5)$
2. Обозначьте результат этого преобразования $N: (x; y) \rightarrow (3x; y)$

Решение:

ИМЯ И ФАМИЛИЯ

ДАТА

ПЕРИОД



1. Это преобразование представляло собой отражение относительно оси y , затем параллельный перенос с помощью направленного отрезка из $(-1; 0)$ в $(-1; 5)$. Все 3 соответствующие пары сторон исходного треугольника и его образа конгруэнтны, поэтому 2 треугольника конгруэнтны (и поэтому также подобны), согласно теореме о конгруэнтности треугольников. Это логично, потому что отражения и параллельные переносы являются изометрическими преобразованиями.
2. Это преобразование было горизонтальным растяжением по направлению от оси y с помощью коэффициента 3. Соответствующие вертикальные стороны треугольника J и треугольника N конгруэнтны, но горизонтальная сторона треугольника N в 3 раза длиннее соответствующей стороны треугольника J . Так как все пары соответствующих сторон не являются ни конгруэнтными, ни пропорциональными, то 2 треугольника не являются ни конгруэнтными, ни подобными.

